

# Análise de lajes: Modelos de análise de lajes de concreto armado

Aplica-se às versões: EBv5, EBv5Gold, EBv6, EBv6Gold, EBv7, EBv7Gold, PMv7, PMv7G, PMv8, PMv8G

## Assunto

Este artigo faz um resumo dos principais modelos utilizados para a análise de painéis de lajes de concreto armado, com ênfase nos procedimentos utilizados pelo AltoQi Eberick. Aponta para os fundamentos teóricos envolvidos e destaca alguns cuidados que devem ser tomados na interpretação dos resultados. Dentre estes, indica como grande fonte de discrepância de resultados a diferença entre o comportamento de uma laje apoiada em vigas supostas indeformáveis, calculada pelo processo de Marcus ou por uma tabela, e o comportamento de uma laje apoiada em vigas com seções usuais de projeto.

Como apoio a este artigo, serão publicados, em sequência, outros artigos complementares, aprofundando um pouco mais os assuntos aqui abordados.

## Artigo

O cálculo de pavimentos de edifícios, compostos por lajes e vigas, foi feito durante muito anos de maneira simplificada, considerando-se as lajes isoladas apoiadas em vigas rígidas. Isso se devia, principalmente, à falta de recursos computacionais capazes de resolver o grande volume de equações simultâneas necessárias para analisar um pavimento como um todo. Hoje, apesar de existirem diversos programas capazes de realizar análises com alto grau de refinamento, ainda há uma cultura acerca de resultados esperados para lajes que se baseia nas teorias simplificadas.

No caso de um pavimento composto por lajes quadradas ou retangulares, com dimensões não muito diferentes entre si, e com vigas de apoio suficientemente rígidas, para que se possa considerar os apoios das lajes indeformáveis, o procedimento antigo, ou simplificado, de se considerar as lajes como isoladas não leva a resultados muito diferentes daqueles obtidos com uma análise do pavimento inteiro por Analogia de Grelha ou pelo Método dos Elementos Finitos. Essas comparações são válidas enquanto todos os processos envolvidos limitam-se à mesma premissa de comportamento elástico-linear dos materiais. Uma análise mais completa, que incluiria a não linearidade física do concreto armado, exibiria outras diferenças nos resultados que não serão abordadas neste artigo.

Existem diversos procedimentos para a análise e dimensionamento de lajes com comportamento linear ou não-linear. Esses processos podem ser usados para analisar os deslocamentos, os esforços internos, os elementos de apoio e a capacidade de carga das lajes. Com a distribuição de esforços, tais como momentos fletores, momentos de torção e esforços cortantes, é possível dimensionar as armaduras e fazer a verificação das tensões nas lajes de concreto armado. Apesar de apresentarem resultados diferentes, muitas das variações são cobertas pelos teoremas da análise limite, que indicam que, para fins de dimensionamento no Estado Limite Último, várias configurações de esforços são possíveis para uma mesma laje e todas encontram-se a favor da segurança. Outras questões, como a da flexibilidade dos apoios, envolvem premissas de modelo às vezes ignoradas com a possibilidade de levar a erros consideráveis, que podem vir a superar a capacidade de redistribuição de esforços da estrutura.

## Métodos elásticos

# Análise de lajes: Modelos de análise de lajes de concreto armado

Os métodos tradicionais para a determinação da distribuição de momentos em uma laje têm sido através de modelos elásticos. Tais métodos baseiam-se na solução da equação diferencial que rege o comportamento de uma placa. Essas soluções limitam-se, contudo, a casos nos quais se tenham condições de contorno simples que levem a soluções exatas. Por exemplo, uma laje retangular sobre apoios ideais submetida a um carregamento senoidal. Para se obter a solução para um carregamento uniformemente distribuído, já é necessário fazer uso de uma série numérica. Diversos autores de concreto armado incluíram, em seus livros, tabelas para o cálculo de lajes isoladas com várias condições de apoio e carregamento.

Lajes mais complexas não possuem uma solução fechada pela Teoria da Elasticidade. Para resolvê-las, deve-se fazer uso de procedimentos numéricos que são viáveis apenas em computadores. Destes, o mais conhecido é o Método dos Elementos Finitos.

No Método dos Elementos Finitos, a placa é dividida em um número determinado de elementos. Cada elemento de placa possui propriedades de deformação à flexão que são conhecidas com boa aproximação. O método geral de análise concentra as cargas nos nós dos elementos e estabelece a continuidade das rotações e deslocamentos em cada ponto nodal, de modo a satisfazer as equações de equilíbrio e as condições de contorno requeridas. Utilizando-se um número razoável de elementos, é possível obter soluções para praticamente qualquer geometria definida. O modelo pode conter todas as lajes de um pavimento e todas as vigas, analisando o comportamento do painel como um todo.

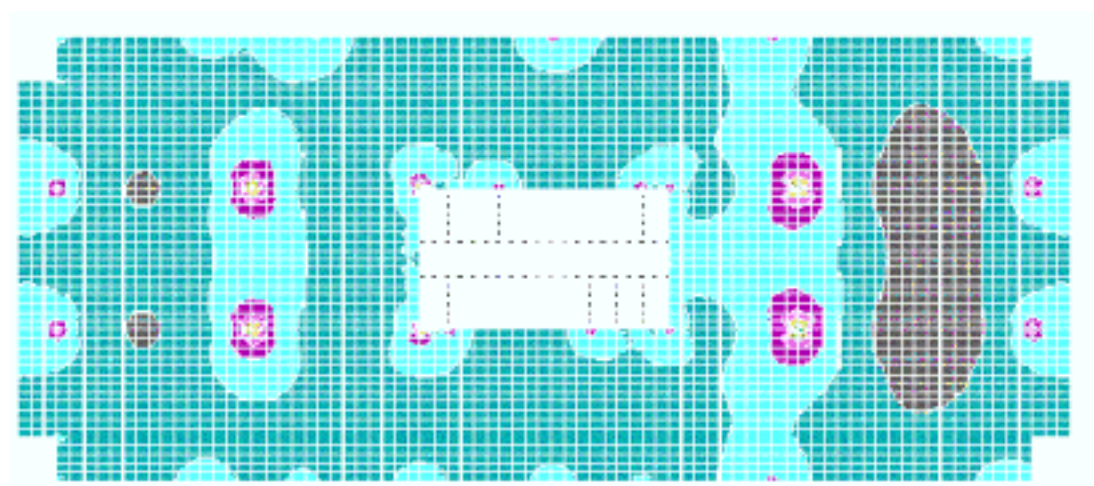


Figura 1 - Pavimento de edifício em modelo de Elementos Finitos

O mesmo procedimento pode ser estendido para incluir outros comportamentos no elemento de placa além do elástico, como, por exemplo, esforços axiais (elementos de casca), deformações por cisalhamento, não linearidade física, múltiplas camadas, entre outros, formando as bibliotecas de elementos contidas nos programas comerciais que se baseiam nesse método. Evidentemente, quanto maior for o nível de sofisticação do modelo, maior será o custo computacional necessário para se obter uma solução.

## Analogia de grelha

Diversos métodos aproximados de análise de lajes têm sido propostos, desenvolvidos e usados ao longo dos anos. Muitos desses métodos foram desenvolvidos antes da era dos computadores.

# Análise de lajes: Modelos de análise de lajes de concreto armado

A substituição de uma laje por uma série ortogonal de vigas que se cruzam é, provavelmente, uma das mais antigas propostas de solução. Este procedimento não é estritamente uma aproximação numérica da solução elástica, como é o caso do Método dos Elementos Finitos, e a distribuição de momentos calculada desta forma necessitará de uma pequena redistribuição, devido ao comportamento inelástico, para alcançar a carga última. Pode-se provar, pelo teorema do limite inferior, que a solução obtida encontra-se a favor da segurança.

Da mesma forma como no Método dos Elementos Finitos, ao se dividir a laje em um número suficiente de faixas, é possível reproduzir o comportamento de estruturas com praticamente qualquer geometria. Esta é a base do processo da [Analogia de Grelha](#) utilizado pelo AltoQi Eberick. O modelo também pode conter todas as lajes de um pavimento e todas as vigas, analisando o comportamento do painel como um todo. Os resultados finais obtidos com um e outro método são bastante semelhantes.

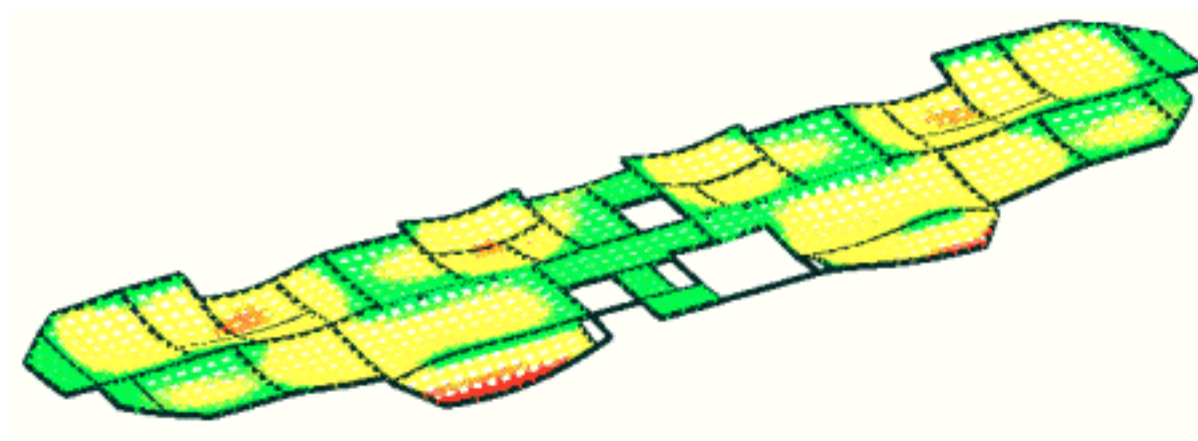


Figura 2 - Pavimento de edifício em modelo de Analogia de Grelha

## Influência da flexibilidade dos apoios

Uma comparação entre os resultados fornecidos pela Analogia de Grelha e o processo de Marcus para lajes retangulares (ou o uso de tabelas constantes em bibliografia) já pode resultar em discrepâncias importantes. Em pavimentos de edifícios reais, as lajes estão apoiadas sobre vigas que são flexíveis. Esta condição de apoio altera o campo de deformações da laje e, como consequência, os esforços internos e as reações de apoio. Nos processos para lajes isoladas, supõe-se que os apoios sejam indeformáveis.

Na solução por Analogia de Grelha, é possível considerar as vigas de apoio em conjunto com o modelo de grelha das lajes e analisar todo o conjunto como uma grelha plana. A laje e as vigas de apoio passam a ser, portanto, uma única estrutura. Em painéis de lajes contínuas, este modelo é mais conveniente, obtendo-se uma configuração de deformação e esforços mais próxima da situação real em regime elástico.

A solução do problema de lajes sobre apoios flexíveis pode ser obtida pela teoria da elasticidade, sendo apresentada apenas para alguns casos particulares com lajes isoladas. Por exemplo, na análise de uma laje quadrada de 4x4 m com 10 cm de espessura, para diversas alturas de viga com largura fixa de 12 cm e altura variando de 500 cm até 26 cm, os resultados da flecha máxima no meio do vão variam de 0,56 cm até 1,61 cm e 3,52 cm para o caso de bordo livre. O mesmo exemplo calculado por Analogia de Grelha apresenta resultados praticamente idênticos. Quando

# Análise de lajes: Modelos de análise de lajes de concreto armado

se consideram duas lajes justapostas, com uma viga central, ao reduzir a rigidez desta viga pode-se chegar a resultados nos quais o momento fletor sobre a viga é positivo e não negativo.

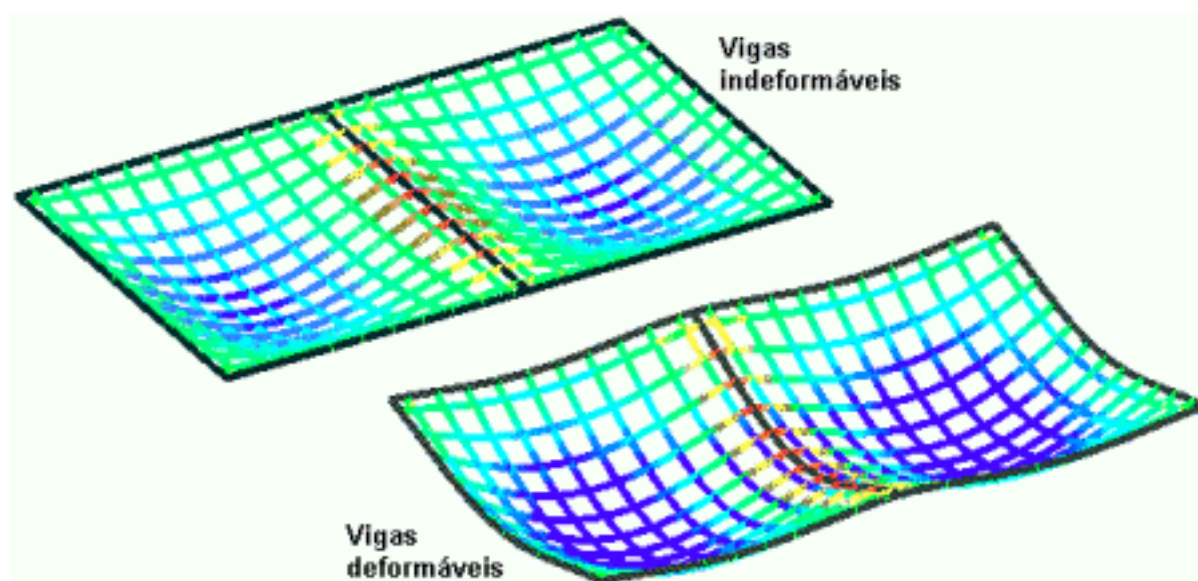


Figura 3 - Influência das vigas no modelo das lajes

## Influência da rigidez à torção

Outro item importante é a influência da rigidez à torção (relativa ao momento de torção ou também chamado momento volvente das placas.) no comportamento de uma laje ou de um painel de lajes, ou mesmo no comportamento de todo o pavimento. Na formulação da Analogia de Grelha, pode-se estabelecer uma relação qualquer entre a rigidez à torção e à flexão das barras (respeitada a capacidade de redistribuição de esforços da laje), obtendo diferentes resultados. Usualmente, como no caso do AltoQi Eberick, procura-se calibrar essa relação para que os resultados aproximem-se o máximo possível da solução elástica.

Por outro lado, no caso de lajes nervuradas (aquelas cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte, de modo a tornar plana a superfície externa), a rigidez à torção da laje é menor do que a de uma laje maciça. Esse tipo de laje comporta-se claramente como uma grelha ortogonal de vigas T. Analisando-se a rigidez à torção da seção equivalente T, observam-se valores bastante pequenos. Por esse motivo, a análise de uma laje maciça e outra nervurada, com as mesmas dimensões e carregamentos, resultam em momentos fletores completamente diferentes.

A maior parte das tabelas disponíveis e o processo de Marcus supõem uma rigidez à torção correspondente à de uma laje maciça. Se aplicadas diretamente a uma laje nervurada, resultarão em flechas e momentos fletores menores do que os reais. O texto conclusivo do Projeto de Revisão da NBR 6118 (2001), diferente do que faz a NBR 6118/78, em seu item 14.7.7 ("Lajes nervuradas"), determina que "Na falta de resultados mais precisos, a rigidez à torção deve ser considerada nula na determinação dos seus esforços solicitantes e deslocamentos."

Em suma, pode-se dizer que os processos simplificados para análise de lajes isoladas fornecem resultados próximos aos da Analogia de Grelha (mais próximos também do real) enquanto se tem lajes retangulares maciças com apoios muito rígidos. Lajes nervuradas ou apoiadas em vigas de

# Análise de lajes: Modelos de análise de lajes de concreto armado

seção usual podem fornecer resultados bastante diferentes.

Diversos tópicos aqui descritos serão aprofundados nos próximos artigos, todos abordando a análise de lajes de concreto armado. O próximo artigo irá tratar sobre os princípios da Teoria da Elasticidade necessários para o entendimento dos processos elásticos de análise.

## Referências bibliográficas

ID de solução único: #1587

Autor: : Eng.º André Luiz Banki

Última atualização: 2013-04-25 14:36