

Análise do dimensionamento: Por que um pilar é dimensionado com muitas barras mesmo sendo pouco solicitado?

//

Aplica-se à EBv8, EBv9, EBv10

Assunto

O dimensionamento de pilares envolve diversos tópicos da engenharia estrutural tais como análise não-linear, estabilidade global e dimensionamento de seções de concreto armado, deste modo muitos fatores podem influenciar na obtenção de uma maior ou menor quantidade de barras na seção transversal de um pilar. Neste artigo pretende-se demonstrar como avaliar estes fatores e também comparar o dimensionamento efetuado pelo programa Eberick com ábacos para dimensionamento de pilares à flexão oblíqua.

Artigo

Em determinadas situações de projeto pode-se obter uma variação considerável do quantitativo de barras em um pilar de acordo com o lance de prumada analisado.

No artigo [Pilares mais armados em pavimentos superiores](#) é explicado porque existe uma certa tendência que faz com que pilares em pavimentos superiores sejam mais armados que em pavimentos inferiores.

Uma forma de avaliar porque um pilar pode ser mais armado que outro é através de parâmetros adimensionais, como por exemplo a “força normal adimensional (?)” e a “excentricidade (e)”.

A força normal adimensional (?) indica a taxa de compressão do pilar, ou seja, a relação entre o esforço normal máximo solicitante e o esforço normal resistente:

$$v = \frac{N_{sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

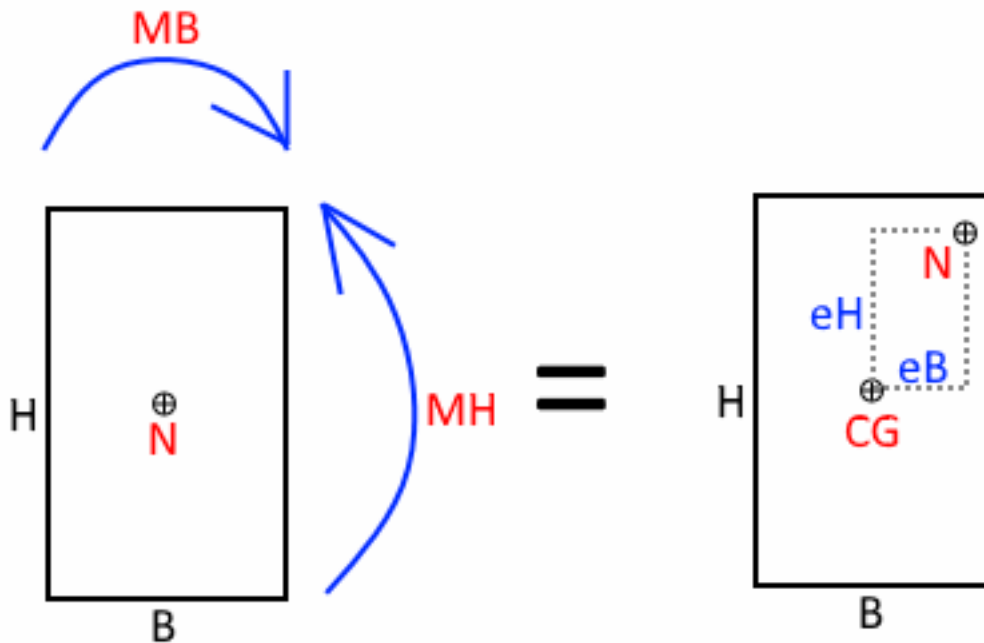
A excentricidade de um pilar pode ser definida como a razão entre o seu momento fletor e o esforço normal à que é submetido:

$$e = \frac{M}{N}$$

Quando um pilar tem valores baixos de taxa de compressão (força normal adimensional(?) menor que 0,2) e valores elevados de excentricidade, mais crítico tende a ser o seu dimensionamento. Desse modo explica-se porque um pilar em um pavimento de cobertura submetido a esforços relativamente pequenos pode ser dimensionado com uma quantidade significativa de armadura.

Análise do dimensionamento: Por que um pilar é dimensionado com muitas barras mesmo sendo pouco solicitado?

Outro parâmetro importante a ser avaliado no dimensionamento de um pilar é a excentricidade relativa, que é a relação entre a excentricidade do pilar e a dimensão dele na direção analisada (B ou H):



$$MB = N * eB$$

$$MH = N * eH$$

eB/B = excentricidade relativa
na direção de menor inércia

eH/H = excentricidade relativa
na direção de maior inércia

Figura 1 - Conceitos de excentricidade e excentricidade relativa

Quanto maior for o valor da excentricidade relativa mais relevante torna-se o momento aplicado em uma direção do pilar. Através da excentricidade relativa geralmente é possível avaliar qual direção de momento é a crítica no dimensionamento de um pilar.

Análise do dimensionamento de um pilar através de parâmetros adimensionais

Como exemplo, vamos estudar o dimensionamento do pilar visto na Figura 2, o qual tem seção de 14cm x 50cm.

Clicando na aba "Carga" e "Resultado" podemos ver todos os esforços e o dimensionamento das 4 prumadas deste pilar:

Análise do dimensionamento: Por que um pilar é dimensionado com muitas barras mesmo sendo pouco solicitado?

Nome	Lance	Nd máx. (tf)	Nd mín. (tf)	Mbd topo (kgf.m)	Mbd base (kgf.m)	Mhd topo (kgf.m)	Mhd base (kgf.m)
P2	L4	10.24	3.88	1304.17	869.43	3838.69	1476.10
P3	L3	23.47	10.98	971.21	830.58	2630.30	1573.99
P4	L2	37.30	17.46	1356.22	1359.60	4136.41	3716.43
P5	L1	50.56	23.51	1356.42	0.00	1965.18	0.00

Figura 2 – Esforços por prumada do pilar

Nome	Lance	Pavimento	Armadura B	Armadura H	Estribo centro	Estribo TB	N estribos	esso de cá	Status
P2	L4	Cobertura	2 ø 12.5	4 ø 12.5	ø 5.0 c/14		1	Rigidez	calculado
P3	L3	Tipo	2 ø 10.0	3 ø 10.0	ø 5.0 c/12		1	Rigidez	calculado
P4	L2	Térreo	2 ø 10.0	3 ø 10.0	ø 5.0 c/12		1	Rigidez	calculado
P5	L1	Baldrame	2 ø 10.0	3 ø 10.0	ø 5.0 c/12		1	Rigidez	calculado

Figura 3 - Resultados de armadura por prumada do pilar

Como exemplo, comparando os lances L2(Térreo) e L4(Cobertura) deste pilar vemos através da Figura 3 que o lance L4 apresenta 8 barras de 12,5mm enquanto o lance L2 que aparentemente é mais solicitado que o lance L4 apresenta 6 barras de 10mm.

Se compararmos os esforços entre os lances L2 e L4 temos:

Lances	Nd máx. (tf)	Mbd topo (kgfm)	Mbd base (kgfm)	Mhd topo (kgfm)	Mhd base (kgfm)
L4 (Cobertura)	10,24	1304,17	869,43	3838,69	1476,1
L2 (Térreo)	37,3	1356,22	1359,6	4136,41	3716,43

Tabela 1 – Esforços solicitantes nos lances L4 e L2 do pilar

Veja através da tabela acima que todos os esforços analisados são maiores no lance L2 comparando-o com o lance L4, o que pode levar a crer que não parece lógico que o lance L4 apresente maior quantidade de armaduras que o lance L2, porém isso pode ser explicado através do uso de parâmetros adimensionais. Abaixo vemos os valores de excentricidade de cada direção do pilar além da taxa de compressão de cada prumada do pilar (?):

Análise do dimensionamento: Por que um pilar é dimensionado com muitas barras mesmo sendo pouco solicitado?

Lances	v	eB topo (cm)	eB base (cm)	eH topo (cm)	eH base (cm)
L4 (Cobertura)	0,082	12,736	8,491	37,487	14,415
L2 (Térreo)	0,298	3,636	3,645	11,090	9,964

Tabela 2 – Taxa de compressão e excentricidades do pilar nos lances L4 e L2

Através das excentricidades indicadas acima pode-se ver que o pilar no lance L4 tem valores de excentricidade (relação M/N) superiores ao pilar no lance L2 e uma taxa de compressão (?) reduzida, o que indica um dimensionamento mais crítico no pavimento "Cobertura" comparando-o ao pavimento "Térreo".

Levando em conta apenas os valores de excentricidade indicados na tabela acima vê-se que o máximo valor da excentricidade encontrado está na direção H (maior dimensão, de 50cm) do pilar no lance L4 porém não necessariamente esta é a direção crítica de dimensionamento do pilar. Para saber qual a direção crítica de dimensionamento do pilar temos que analisar as suas excentricidades relativas (eB/B e eH/H). Abaixo está a tabela com as excentricidades relativas do pilar no lance L4:

Lances	eB topo/B	eB base/B	eH topo/H	eH base/H
L4 (Cobertura)	0,910	0,606	0,750	0,288
L2 (Térreo)	0,260	0,260	0,222	0,199

Tabela 3 – Excentricidades relativas do pilar no lance L4

Como visto na tabela acima, a maior excentricidade relativa está na direção B (menor dimensão do pilar, de 14cm). Com isso, conseguimos concluir que o momento mais crítico ao dimensionamento do pilar nesse lance é aquele que atua no topo da prumada e em sua direção de menor inércia (direção B), ou seja, é o momento $M_{bd\ topo} = 1304,17\text{kgfm}$.

Através desse exemplo veja que não se deve analisar o dimensionamento de um pilar apenas pelos esforços a que ele é submetido. Os momentos fletores em um pilar podem ser relativamente pequenos, porém se o seu esforço normal de compressão também for pequeno, ou seja, se a relação M/N (excentricidade) for considerável é esperado também que o dimensionamento do pilar exija um maior número de barras para atender as condições de segurança dele.

Dimensionamento de pilar através de ábaco para flexão oblíqua

O dimensionamento de elementos a flexo - compressão oblíqua é muito comum em peças de concreto armado, principalmente em pilares. Porém, como a posição da linha neutra é desconhecida, obter uma solução geral para o dimensionamento de um pilar torna-se extremamente difícil. A solução com as equações de equilíbrio e as condições de compatibilidade necessárias para efetuar o dimensionamento de um pilar é muito trabalhosa e requer o uso de um computador.

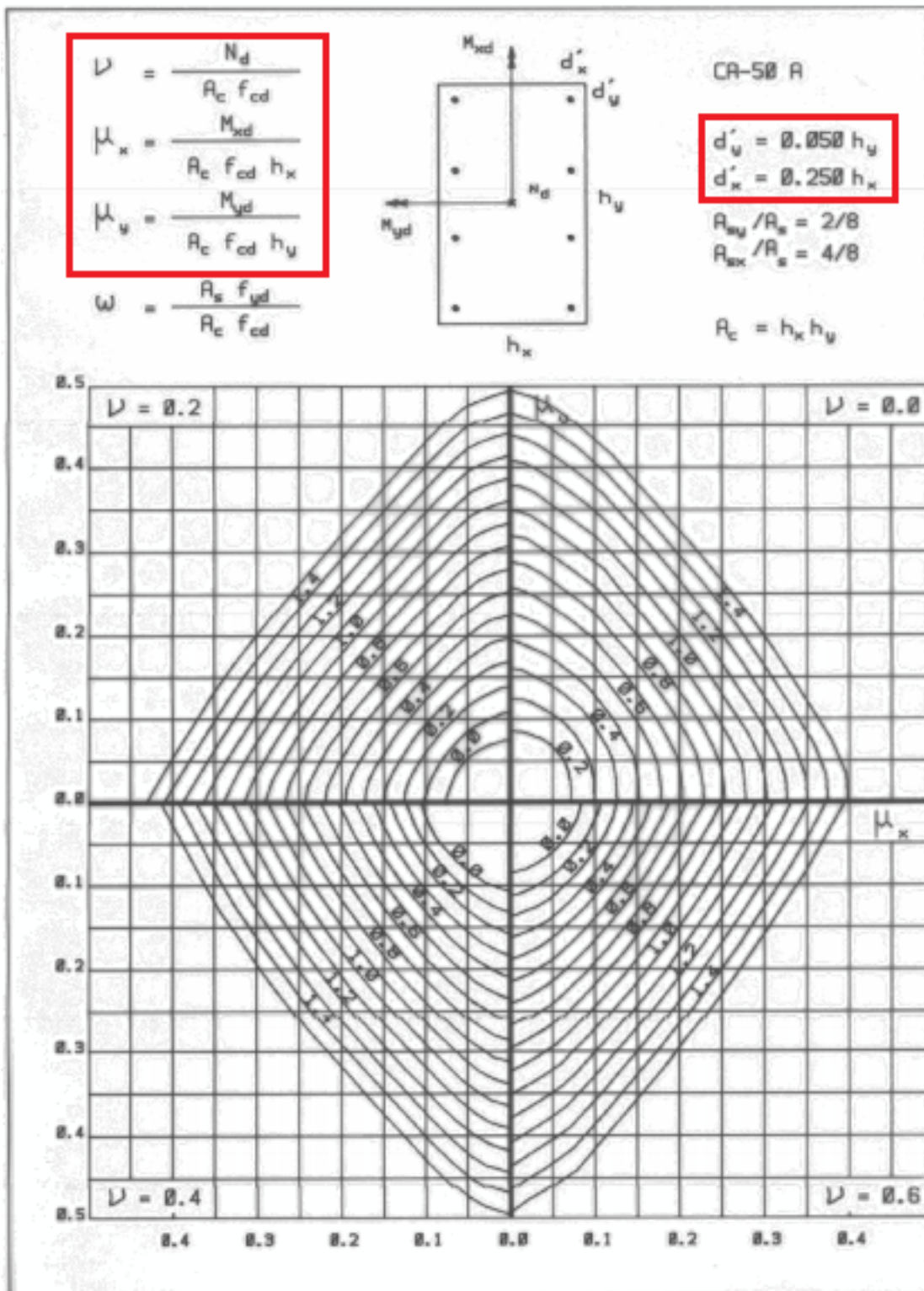
Do ponto de vista prático, há a alternativa do uso de ábacos, que são de fácil utilização e de

Análise do dimensionamento: Por que um pilar é dimensionado com muitas barras mesmo sendo pouco solicitado?

razoável precisão. Esses ábacos geralmente são obtidos com a resolução das equações de equilíbrio, por meio de programas de computador, através de informações iniciais, que incluem o tipo de aço, a distribuição das barras no pilar e suas distâncias às faces da seção.

Como exemplo do uso de ábacos no dimensionamento de pilares vamos utilizar um dos ábacos desenvolvidos por Libânio Pinheiro, Lívio Baraldi e Marcelo Porem da Escola de Engenharia de São Carlos:

2A



Análise do dimensionamento: Por que um pilar é dimensionado com muitas barras mesmo sendo pouco solicitado?

Figura 4 – Ábaco para dimensionamento de pilar com flexão oblíqua

Em destaque na figura acima estão os parâmetros de entrada do ábaco, que são $d'y$, $d'x$, μ , μ_x e μ_y .

Com estes parâmetros de entrada se obtém o valor de μ , através do qual podemos obter a área de armadura necessária para o dimensionamento do pilar.

Sabendo que o cobrimento do pilar deste exemplo é de 2.5cm e que foi estimado um estribo com 5mm e barras longitudinais com 12,5mm de diâmetro, a distância $d'x$ e $d'y$ para cada direção do pilar é:

$$d'x = \text{cobrimento} + \text{diâmetro do estribo} + \text{diâmetro da barra longitudinal}/2 = 2,5\text{cm} + 0,5\text{cm} + 1,25\text{cm}/2 = 3,625\text{cm} = d'y$$

Logo, $d'x/hx$ é igual à $3,625\text{cm}/14\text{cm} = 0,259$ e $d'y/hy$ é igual à $3,625\text{cm}/50\text{cm} = 0,0725$. O ábaco que mais se aproxima dessa situação é o visto acima, no qual $d'x = 0,250*hx$ e $d'y = 0,050*hy$.

Como visto anteriormente, o valor da taxa de compressão no último lance desse pilar (μ) é 0,082. Faltam desse modo apenas os parâmetros de entrada μ_x e μ_y para podermos usar o ábaco acima. Para isso precisamos dos valores críticos dos momentos solicitantes de cálculo nas direções X e Y deste pilar, que nesse caso são:

Seção crítica do pilar: TOPO

Direção	Momentos (kgf.m)		Armadura longitudinal		Processo de cálculo
			Torção	Final	
B	Msdtopo = 1304 Msdcentro = 522 Msdbase = 869	Madtopo = 0 Madcentro = 0 Madbase = 0 M2d = 299 Mcd = 24	Td = 1 kgf.m	2 ø 12.5 4 ø 12.5	1.3G1+1.4G2+0.98Q+1.2A+1.4V2+0.82D2 Msd(x) = 1630 kgf.m Msd(y) = 3706 kgf.m
H	Msdtopo = 2964 Msdcentro = 1242 Msdbase = 1342	Madtopo = 0 Madcentro = 0 Madbase = 0 M2d = 64 Mcd = 4	Asl = 0.01 cm²	8ø12.5 9.82 cm² 1.4 %	Mrd(x) = 1689 kgf.m Mrd(y) = 3839 kgf.m Mrd/Msd=1.04

Figura 5 – Relatório de cálculo detalhado do pilar

Para compreender melhor as informações do relatório de cálculo detalhado gerado para um pilar acesse o artigo [Como posso identificar quais fatores são determinantes no dimensionamento de um pilar?](#) de nossa biblioteca digital (FAQ).

Com os valores de Msd(x) e Msd(y) temos os seguintes valores de μ_x e μ_y :

$$\mu_x = Mxd/(Ac*fcd*hx)$$

$$\mu_x = 1630\text{kgfm}/(0,14\text{m} * 0,50\text{m} * (250/1,4 * 10^4 \text{ kgf/m}^2) * 0,14\text{m})$$

$$\mu_x = 0,093$$

Análise do dimensionamento: Por que um pilar é dimensionado com muitas barras mesmo sendo pouco solicitado?

$$\mu_y = M_{yd} / (A_c \cdot f_{cd} \cdot h_y)$$

$$\mu_y = 3706 \text{ kgfm} / (0,14 \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m} \cdot (250 / 1,4 \cdot 10^4 \text{ kgf/m}^2) \cdot 0,50 \text{ m})$$

$$\mu_y = 0,059$$

Entrando com os valores de μ_x e μ_y no ábaco traçamos as linhas abaixo:

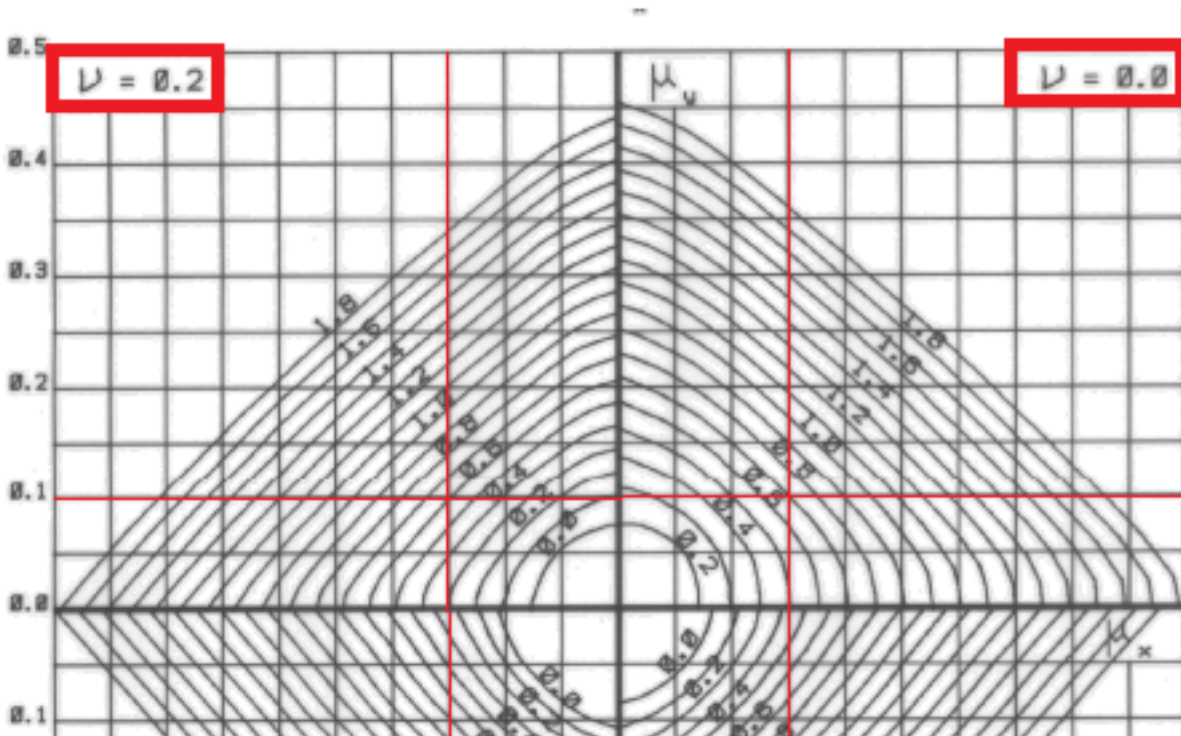


Figura 6 – Obtenção do valor de ρ no ábaco de flexão oblíqua

Para taxa de compressão ($\rho = 0,2$), referente à parte esquerda do ábaco, temos $\rho = 0,22$. Para taxa de compressão ($\rho = 0,0$), referente à parte direita do ábaco, temos $\rho = 0,36$. Sabendo que a taxa de compressão nesta prumada de pilar é $\rho = 0,082$ podemos interpolar o valor de ρ , que seria aproximadamente igual à:

$$\rho = 0,303$$

Note que o valor de ρ é maior para uma taxa de compressão menor ($\rho = 0,0$), o que comprova o que foi dito no começo deste artigo. Pilares com baixas taxas de compressão ($\rho < 0,2$) e valores consideráveis de excentricidade (ou valores consideráveis de μ_x e/ou μ_y) tendem a um dimensionamento mais crítico que pilares com maiores taxas de compressão.

Com o valor de ρ obtemos A_s (área de aço):

$$\rho = (A_s \cdot f_{yd}) / (A_c \cdot f_{cd})$$

$$A_s = \rho \cdot A_c \cdot f_{cd} / f_{yd}$$

Análise do dimensionamento: Por que um pilar é dimensionado com muitas barras mesmo sendo pouco solicitado?

$$A_s = 0,303 * 14\text{cm} * 50\text{cm} * (250/1,4\text{kgf/cm}^2)/(5000/1,15\text{kgf/cm}^2)$$

$A_s = 8,71\text{cm}^2$, o que equivale à 7,09 barras de 12,5mm (arredondando para cima seriam 8 barras de 12,5mm).

Como vemos, o resultado obtido com o ábaco é igual ao obtido no dimensionamento efetuado pelo programa (8 barras de 12,5mm, o qual pode ser visto na Figura 3). Deve-se levar em conta ainda que utilizamos um ábaco cujos parâmetros de entrada d_x e d_y eram menores que os reais do pilar, o que influencia em seu dimensionamento.

Procurou-se mostrar nesse artigo que não deve-se analisar apenas os valores dos esforços que solicitam um pilar para avaliar o seu dimensionamento, há outros fatores, denominados parâmetros adimensionais. Através destes fatores podemos avaliar com maior precisão o porquê de um pilar ser dimensionado com determinado número de barras. Também apresentou-se uma situação comum em projetos, relacionada ao dimensionamento de pilares com baixa taxa de compressão (geralmente pilares de cobertura) que podem apresentar um número maior de barras que pilares em pavimentos inferiores.

ID de solução único: #2637

Autor: : Eng. ° André Kirsten

Última atualização: 2017-12-14 12:25